

בוזן אמצע במודלים הישוביים - סמסטר ב' 2007

מרצה: פרופ' בני שור
מתרגלים: אודי בוקר, יובל ענבר, וריקי רוזן

הוראות:

1. מומליץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שעה וארבעים דקות.
3. במבחן 10 שאלות סגורות. יש לבחור תשובה אחת לכל שאלה.
4. תשובה נכונה מזכה בנקודות. תשובה שגויה איננה מזכה בניקוד.
5. את התשובות יש לסמן במקום המתאים לכך בטופס התשובות.
6. בכל שאלה יש לסמן תשובה יחידה.
7. משקל כל השאלות זהה.
8. השימוש בחומר עזר אסור.
9. יש לענות על השאלות בטופס התשובות בלבד.
10. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
11. יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
12. הקפידו למלא את מספר הגרסה.

בהצלחה !

1. תהא L_0 שפה חסרת הקשר. נגדיר

$$L_1 = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in L_0 \text{ כך ש-} xy \in L_0\}$$

אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- L_1 תמיד רגולרית וסופית.
- L_1 תמיד רגולרית, אך יכולה להיות אינסופית.
- L_1 תמיד חסרת הקשר ובהכרח אינה רגולרית.
- אף אחת מן האפשרויות הקודמות אינה נכונה.

2. תהי השפה L אוסף המחרוזות w מעל האלף-בית $\{0,1\}$ כך שמספר ה-1ים ב- w מתחלק ב-3 או משאיר שארית 2 בחלוקה ב-3 או משאיר שארית 3 בחלוקה ב-4.

אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- L אינה רגולרית.
- L רגולרית וקיים אוטומט דטרמיניסטי סופי בן 3 מצבים המקבל אותה.
- L רגולרית וקיים אוטומט דטרמיניסטי סופי בן 12 מצבים המקבל אותה.
- אף אחת מן האפשרויות הקודמות אינה מתקיימת.

3. תהי $w = w_1 w_2 \dots w_n$ מילה. נגדיר עבורה $\text{even}(w) = w_2 w_4 \dots w_{n-i}$

ו- $\text{odd}(w) = w_1 w_3 \dots w_{n-1+i}$, כאשר $i = 0$ אם n זוגי ו- $i = 1$ אחרת.

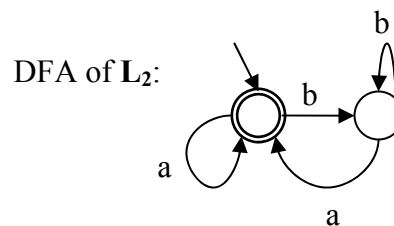
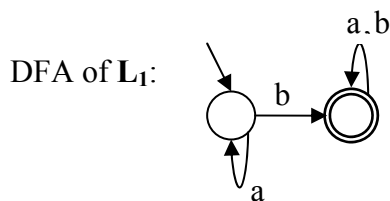
תהי L שפה. נגדיר שתי שפות $\text{even}(L) = \{\text{even}(w) \mid w \in L\}$,

ו- $\text{odd}(L) = \{\text{odd}(w) \mid w \in L\}$.

אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- אם $\text{even}(L)$ רגולרית אז L רגולרית.
- אם $\text{odd}(L)$ רגולרית, אז גם $\text{even}(L)$ רגולרית.
- אם $\text{odd}(L)$ רגולרית וגם $\text{even}(L)$ רגולרית, אז L רגולרית.
- אם L רגולרית אז $\text{odd}(L)$ רגולרית וגם $\text{even}(L)$ רגולרית.

4. השפות L_1, L_2 מוגדרות מעל $\Sigma = \{b,a\}$ באמצעות האוטומטים הסופיים והביטויים הרגולריים הבאים:



$$L_3 = \Sigma^* b \Sigma^* a \cup a^* b$$

$$L_4 = \Sigma^* b \Sigma^* a$$

אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- $L_3 = L_1 \cap L_2$
- $L_4 = L_1 \cap L_2$
- $\emptyset = L_1 \cap L_2$
- אף אחת מן האפשרויות הקודמות אינה מתקיימת.

5. תהי $L = \{a^k b^m c^n \mid k, m, n \geq 0 \text{ and } (k < m \text{ or } k > n)\}$

אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

א. חסרת הקשר וניתנת לקבלה ע"י כללי הגזירה הבאים:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow QC \mid R \\ Q &\rightarrow aQb \mid Qb \mid b \\ R &\rightarrow aRc \mid aR \mid aB \\ C &\rightarrow cC \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow bB \mid \varepsilon \end{aligned}$$

- ב. ל- L יש אין-סוף מחלקות שקילות ולכן אינה חסרת הקשר.
ג. אפשר להוכיח ע"י למת הניפוח כי L אינה חסרת הקשר.
ד. אף אחת מן האפשרויות הקודמות אינה מתקיימת.

6. תהי $L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0, i=k \text{ and } j=l\}$

אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- א. L רגולרית וחסרת הקשר.
ב. L לא רגולרית ולא חסרת הקשר.
ג. L רגולרית אך לא חסרת הקשר.
ד. L חסרת הקשר אך לא רגולרית.

7. נגדיר שתי משפחות של מכונות, השונות מעט מאוטומטי מחסנית:

מכונות מסוג T יכולות להכניס למחסנית בכל מעבר תו בודד, שני תוים או כלל לא להכניס תוים. כמו-כן מחזרות מתקבלת על-ידי המכונה אם יש חישוב המוביל למצב מקבל ללא תלות במצב המחסנית בסיום החישוב (המחסנית לא חייבת להיות ריקה, כבאוטומט מחסנית רגיל).
מכונות מסוג R יכולות להכניס למחסנית בכל צעד שני תוים או לא להכניס תוים כלל.
מעבר לשינויים אלו, זהות המכונות מסוג T ו- R לאוטומטי מחסנית כפי שהוגדרו בהרצאה ובתרגול.

נסמן ב- L_T וב- L_R את השפות המתקבלות ע"י המכונות מסוג T ומסוג R , בהתאמה.
נסמן ב- C הכלה ממש. כלומר $A \subset B$ משמעו ש- $A \subseteq B$ אך לא $A \supseteq B$.

אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- א. $L_R \subset CFL \subset L_T$
ב. $L_R = CFL \subset L_T$
ג. $L_R \subset CFL = L_T$
ד. $L_R = CFL = L_T$

8. נתון הביטוי הרגולרי מעל $\Sigma = \{b, a\}$: $r = (a \cup b)^* b (b \cup a)^*$
קבעו כמה מחלקות שקילות מגדירה השפה $L(r)$:

- א. 1
ב. 2
ג. 3
ד. 4

9. תהי L שפה. נגדיר פעולה על שפות $A(L) = \{ww^R \mid w \in L \text{ and } |w| < 2007\}$.
כאשר x^R הינה ההיפוך של x . דהיינו אם $x = x_1x_2 \dots x_n$ אזי $x^R = x_nx_{n-1} \dots x_1$, וכן $\varepsilon^R = \varepsilon$.

אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- א. אם L רגולרית אז $A(L)$ רגולרית.
- ב. אם L חסרת הקשר שאינה רגולרית אז $A(L)$ חסרת הקשר שאינה רגולרית.
- ג. אם L חסרת הקשר שאינה רגולרית אז $A(L)$ יכולה להיות חסרת הקשר שאינה רגולרית ויכולה להיות רגולרית.
- ד. אם L אינה חסרת הקשר אז $A(L)$ אינה חסרת הקשר.

10. נתבונן בשפה מעל $\{0,1\}$, $L = \{xx^Ry \mid |x|, |y| \geq 1\}$.

אלו מהאפשרויות הבאות נכונה?

- א. L רגולרית וחסרת הקשר.
- ב. L לא רגולרית ולא חסרת הקשר.
- ג. L רגולרית אך לא חסרת הקשר.
- ד. L חסרת הקשר אך לא רגולרית.